Uitwerkingen Hoofdstuk 9 Rijen en goniometrie

1a. 80 , 86 , 92 , 98 , 104 , **110 , 116 , 122 , ….**

b. 80 , 120 , 180 , 270 , 405 , 607,5 , 911,25 , 1366,875…

c. 6 , 11 , 18 , 27 , 38 , **51 , 66 , 83** , …

d. 4 , 5 , 9 , 14 , 23 , 37 , **60 , 97 , 157 , …**

2a. $u_0 = 6$ en $u_1 = 6 . 3 - 10 = 8$; $u_2 = 8 . 3 - 10 = 14$; $u_3 = 14 . 3 - 10 = 32$
Met de GR krijg je : $u_4 = 86$; $u_5 = 248$ en $\mathbf{u_6 = 734}$; $u_7 = 2192$ en $\mathbf{u_8 = 6566}$.

b. $u_{11} = 177152$ is de twaalfde term.

3. $u_0 = 1000$ Met de GR vinden we :

a. $u_1 = 1000 . 1{,}1 - 50 = 1050$; $u_2 = 1105$ …….$u_5 = 1305{,}255$

b. $u_8 = 1571{,}79..$ $\Rightarrow$ Vanaf de 9^e^ term is $u_n > 1500$.

4.
a. $u_n = u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 11$
b. $u_n = u_{n-1}.3$ met $u_0 = 2$
c. $u_n = u_{n-1} - 3$ met $u_0 = 100$
d. $u_n = -2.u_{n-1}$ met $u_0 = 10$

5. $u_n = 2.u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 1$
a. Voer in 1 en 2.ANS + 5 $\Rightarrow$ 1 ; 7 ; 19 ; 43 ; 91
b. Nu de tel goed bijhouden $\Rightarrow u_7 = 763$ en $u_8 = 1531$ $\Rightarrow$ vanaf de 9^e^ term is $u_n > 1500$

6.
a. $u_n = 3 + 4.u_{n-1}$ met $u_0 = 8$ Voer in 8 dan 3 + 4.ANS enz. $\Rightarrow u_5 = 9215$
b. $u_n = u_{n-1} + 2{,}1$ met $u_0 = 4$ Voer in : 4 dan ANS + 2,1 enz. $\Rightarrow u_5 = 14{,}5$
c. $u_n = 5 + 2.\sqrt{u_{n-1}}$ met $u_0 = 100$ Voer in : 100 dan 5 + 2.√ANS enz. $\Rightarrow u_5 \approx 11{,}97$
d. $u_n = 1{,}3.u_{n-1}$ met $u_0 = 2$ Voer in : 2 dan 1,3.ANS enz. $\Rightarrow u_5 \approx 7{,}43$
e. $u_n = \dfrac{10}{u_{n-1}} + 2$ met $u_0 = 3$. Voer in 3 dan 10/ANS + 2 enz. $\Rightarrow u_5 \approx 4{,}39$

7.
a. Telkens 3 erbij met $u_0 = 48$ $\Rightarrow u_n = u_{n-1} + 3$ met $u_0 = 48$
b. Telkens gedeeld door 2 en beginterm 20 $\Rightarrow u_n = 0{,}5.u_{n-1}$ met $u_0 = 20$

c. Telkens 5 eraf en beginterm 20 $\Rightarrow$ $u_n = u_{n-1} - 5$ met $u_0 = 20$

8.

a. $u_n = 1,04.u_{n-1} - 100$ met $u_0 = 1000$

b. Voer in: 1000 dan 1,04.ANS – 100 enz. We vinden $u_{13} \approx 2,39$ en $u_{14} \approx -97,51$ $\Rightarrow$
Op 1 januari 2020 is het saldo voor het eerst ontoereikend.

9. 1750 euro op 1 – 1 – 2007 ; 6% rente ; 50 euro opname ieder jaar

a. $u_n = 1,06.u_{n-1} - 50$ en $u_0 = 1750$

b. Op 1-1-2019 dan u_{12} Voer in $u_0 = 1750$ dan 1,06.ANS – 50 enz. Nu tellen $\Rightarrow$ $u_{12} \approx 2677,85$
$\Rightarrow$ op 1-1-2015 staat er 2677,85 euro op haar rekening.

c. Nu doortellen op GR $\Rightarrow$ dan $u_{14} \approx 2905,83$ en $u_{15} \approx 3030,18$ $\Rightarrow$
Op 1 –1-2022 heeft ze voor het eerst meer dan 3000 euro op haar rekening.

d. Dan moet de renteopbrengst hetzelfde zijn als de opname $\Rightarrow$ 0,06.1750 = 105 $\Rightarrow$ 105 euro

10.

a. $u_n = 0,7.u_{n-1} + 3000$ met $u_0 = 20000$

b. Voer in 20000 dan 0,7.ANS + 3000 Dit geeft $u_5 \approx 11680,7$ $\Rightarrow$
Op 6 maart is er nog 11681 liter .

c. Grenswaarde bereik je als de toename gelijk is aan de afname $\Rightarrow$ $0,3.x = 3000 \Leftrightarrow x = 10000$ $\Rightarrow$
de grenswaarde is dus bij 10000 liter.

11.

a. De volgende term is de som van de laatste twee termen.

b. Omdat we twee verschillende termen gebruiken.

c. 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; **13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377**

12. $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_0 = 2$

a. Met de GR vinden we : 2 , 8 , 14 , 20 , 26 , ..

b. Het lijkt op een lineaire functie $y = 6x + 2$ $\Rightarrow$ $u_n = 6n + 2$ $\Rightarrow$ a = 6.

c. $u_{1000} = 6 \,.\, 1000 + 2 = 6002$

13a. $u_n = n^2 + 2n$ $\Rightarrow$ 8^e term is $u_7 = 49 + 14 = 63$

b. $v_n = n^3 - 3n + 1$ 20^e term $\Rightarrow$ u_{19} $\Rightarrow$ $u_{19} = 19^3 - 3 \,.\, 19 + 1 = 6803$

c. $w_n = (n + 3)(n - 2)$ we moeten dus de vergelijking $w_n = 500$ hebben $\Rightarrow$
Voer in $y_1 = (x + 3)(x - 2)$ en $y_2 = 500$ Met intersect vinden we $x = 22$ (de negatieve x doet niet mee) $\Rightarrow$ Op de 23e term .

14. $u_n = u_{n-1} + n$ met $u_0 = 10$

a. $u_1 = 10 + 1 = 11$; $u_2 = 11 + 2 = 13$; $u_3 = 13 + 3 = 16$; $u_4 = 16 + 4 = 20$ en $u_5 = 20 + 5 = 25$

b. Gegeven $u_n = 0{,}5n^2 + bn + 10$ Vul bijv. n = 1 in $\Rightarrow$ $0{,}5 + b + 10 = 11 \Leftrightarrow b = 0{,}5$

15. $u_n = u_{n-1} + n + 1$ met $u_0 = 1$

a. De eerste 6 termen zijn : 1 , 3 , 6 , 10 , 15 , 21 , ..

b. 5 lagen in totaal geeft dus 1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35 sinaasappels.

c. $u_n = 0{,}5n^2 + 1{,}5n + 1$ 10e rij $\Rightarrow$ n = 9 $\Rightarrow$ $u_9 = 0{,}5 \,.\, 81 + 1{,}5 \,.\, 9 + 1 = 55$ $\Rightarrow$ 55 sinaasappels.

De 15e laag . $\Rightarrow$ $n = 14$ $\Rightarrow$ $u_{14} = 120$ $\Rightarrow$ 120 sinaasappels.

d. n + 1 lagen geeft in totaal een aantal van $v_n = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)(n+3)$
Voer in $y_2 = \frac{1}{6}(x+1)(x+2)(x+3)$ Stapel van 10 lagen $\Rightarrow$ 9 + 1 lagen $\Rightarrow$ $n = 9$ $\Rightarrow$
met de GR $\Rightarrow$ $y_1(9) = 220$ $\Rightarrow$ Uit dus 220 sinaasappels.

e. Nu moet gelden $\frac{1}{6}(n+1)(n+2)(n+3) = 680$ Voer ook in $y_2 = 680$
Met intersect vinden we $x = n = 14$ $\Rightarrow$ 15 lagen.

16. $u_n = 2 + 3n$ $u_0 = 2$; $u_1 = 5$; $u_2 = 8$; $u_3 = 11$ en $u_4 = 14$ $\Rightarrow$
$u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 = 40$

17. Gegeven $u_n = 2n + 7$ $\Rightarrow$ $u_0 = 7$; $u_1 = 9$; $u_2 = 11$; $u_3 = 13$ en $u_4 = 15$ en $u_5 = 17$ $\Rightarrow$

$$\sum_{k=0}^{5} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72$$

$$v_n = n^2 + 3 \;\Rightarrow\; \sum_{i=0}^{4} v_i = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 3 + 4 + 7 + 12 + 19 = 45$$

$$w_n = 2^n \Rightarrow \sum_{k=0}^{4} w_k = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$$

18. $u_n = 2u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 3$ $\Rightarrow$ $u_0 = 3$; $u_1 = 2 \,.\, 3 + 5 = 11$; $u_2 = 22 + 5 = 27$ en $u_3 = 59$ $\Rightarrow$

$$\sum_{k=0}^{3} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 3 + 11 + 27 + 59 = 100$$

$v_n = 100.1{,}03^n$ $\Rightarrow$ $v_0 = 100$; $v_1 = 103$; $v_2 = 106{,}09$ $\Rightarrow$

$$\sum_{j=0}^{2} v_j = v_0 + v_1 + v_2 = 100 + 103 + 106{,}09 = 309{,}09$$

19. rij III hoort er niet bij. Het verschil in twee opvolgende termen is bij deze rij niet constant.

20. 13 , 18 , 23 , 28 , ..

a. rr want de toename is steeds 5 (constant verschil)

b. recursieve formule: $u_n = u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 13$
directe formule: $u_n = 13 + 5n$

c. 38ᵉ term $\Rightarrow$ n = 37 $\Rightarrow u_{37} = 13 + 5 . 37 = 198$

d. Nu is de uitkomst 633 $\Rightarrow u_n = 13 + 5n = 633 \Leftrightarrow 5n = 620 \Leftrightarrow n = 124 \Rightarrow$ 125ᵉ term

21. 1023 , 1016 , 1009 , 1002 , …

a. rr met $b = 1023$ en $v = -7$ $\Rightarrow u_n = 1023 - 7n$ Nu geldt : $1023 - 7n = 246 \Leftrightarrow 7n = 777 \Leftrightarrow$
$n = 111 \Rightarrow$ De 112ᵉ term is 246.

b. We stellen u_n gelijk aan 0 $\Rightarrow$ $1023 - 7n = 0 \Leftrightarrow 7n = 1023 \Leftrightarrow n = 146{,}14$
Nu geldt $u_{146} = 1$ en $u_{147} = -6$ $\Rightarrow$ Deze rij heeft dus 147 positieve termen.

22. $u_n = u_{n-1} - 4$ met $u_0 = 251$

a. $b = 251$ en $v = -4$ $\Rightarrow u_n = 251 - 4n$

b. $u_{18} = 251 - 4 . 18 = 179$

c. 21ᵉ term $\Rightarrow$ n = 20 $\Rightarrow u_{20} = 251 - 4 . 20 = 171$

d. $u_n < 0 \Leftrightarrow 251 - 4n < 0 \Leftrightarrow -4n = -251 \Leftrightarrow n = 62{,}75$ Nu is: $u_{62} = 3$ en $u_{63} = -1$ $\Rightarrow$
Het geldt vanaf $n = 63$ dus vanaf de 64ᵉ term is u_n negatief.

23.

a. Bekijk de optelling goed , dan zie je twee keer de som van 100 dezelfde termen van 101 .
Dus deze totale som is dan 100 . 101. Aangezien we hier de dubbele som hebben berekend ,
is dus de gevraagde som gelijk aan : 0,5 . 100 . 101

b. 1 + 2 + 3 + 4 + …..+ 49 + 50 dit zijn 50 termen

50+49+48+47+…. + 2 + 1 ook dit zijn 50 termen

We hebben nu dus 50 . 51 $\Rightarrow$ de gevraagde som is dus: 0,5 . 50 . 51 = 1275

24. Gegeven : rr $u_n = 4n + 12$

a. $\sum_{k=0}^{15} u_k$ Dit de notatie voor de som van de eerste 16 termen $\Rightarrow$ Deze som is dus:
0,5 .(15 + 1)($u_0 + u_{16}$) = 0,5 . 16 .(12 + 72) = 8 . 84 = 672

b. De som van de eerste 35 termen is : 0,5.35.(12 + u_{34}) = 0,5 . 35 .(12 + 148) = 2800

c. $$\sum_{k=0}^{n} u_k = 0,5(n+1)(u_0 + u_n) = 0,5(n+1)(12+4n+12) = 0,5(n+1)(4n+24) = (n+1)(2n+12)$$

d. De formule voor de som staat in opgave c. Voer dus in : $y_1 = (x + 1)(2x + 12)$ en $y_2 = 500$
Neem het window [0,30] X [400 , 600] $\Rightarrow$ Met intersect vinden we het snijpunt bij $x \approx 12,5$
$\Rightarrow$ $u_{12} = 468$ en $u_{13} = 532$ $\Rightarrow$ Vanaf n = 13 zijn de termen groter dan 500.

25.

a. $u_n = 3n+4 \Rightarrow S_n = 0,5(n+1)(u_0 + u_n)$ 25 termen $\Rightarrow$ $S_{24} \Rightarrow S4 = 0,5.25.(4+76) = 1000$

b. $u_n = 11+6n \Rightarrow u_0 = 11$ en $u_{20} = 131 \Rightarrow \sum_{k=0}^{20} u_k = 0,5.(1+20)(11+131) = 1491$

c. $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_0 = 10$ Dit is een rr met $b = 10$ en $v = 6$ $\Rightarrow u_n = 10 + 6n$. De som van de eerste 25 termen is S_{24} ; $u_{24} = 154$ en $u_0 = 10 \Rightarrow S_{24} = 0,5 . 25 .(10 + 154) = 2050$

d. $u_n = 2n + 8$ $\quad \sum_{k=0}^{n} u_k = \sum_{k=0}^{n}(2n+8) = 0,5.(n+1)(8+2n+8) = (n+1)(n+8)$

e. 18 + 21 + 24 + 27 + ………+ 81 . Dit is een rr met $b = 18$ en $v = 3 \Rightarrow u_n = 18 + 3n$
De laatste term is 81 $\Rightarrow$ $18 + 3n = 81 \Leftrightarrow 3n = 63 \Leftrightarrow n = 21 \Rightarrow$
De som is : 0,5 . 22 .(18 + 81) = 1089

26. 100 , 97 , 94 , … Dit is een rr met $b = 100$ en $v = -3$ $\Rightarrow u_n = 100 - 3n$

Nu $u_n = 100 - 3n = 0 \Leftrightarrow n = 33,333..$ $u_{33} = 1$ en $u_{34} = -2 < 0 \Rightarrow$ de laatste positieve term is dus $u_{33} = 1$ $\Rightarrow$ $S_{33} = 0,5 . (33 + 1) .(100 + 1) = 17 . 101 = 1717$

27. Uit de tekst volgt dat we te maken hebben met de som van een rr nml.
12 + 16 + 20 + … + u_{21} $\Rightarrow b = 12$ en $v = 4$ $u_n = 12 + 4n$ en $u_{21} = 12 + 84 = 96$ $\Rightarrow$
$S_{21} = 0,5 . (21 + 1) .(12 + 96) = 1188$

28. 69 rijen; onderste rij 78 zitplaatsen en vervolgens steeds 2 zitplaatsen meer. t./m rij 45 .

Vanaf rij 46 zijn er nog 3320 zitplaatsen.

Eerst het totaal aantal zitplaatsen bereken t/m rij 45 $\Rightarrow$ rr met $b = 78$ en $v = 2$ $\Rightarrow$ $u_n = 78 + 2n$

rij 1 hoort bij u_0 dus rij 45 hoort bij u_{44} $\Rightarrow$ $u_{44} = 78 + 2 . 44 = 166$ $\Rightarrow$
$S_{44} = 0{,}5 . (44 + 1) . (78 + 166) = 5490$ $\Rightarrow$
Het totaal aantal plaatsen is dus : 5490 + 3320 = 8810
De opbrengst moet \$ 100000 zijn $\Rightarrow$ prijs per kaartje is dus : $\dfrac{100000}{8810} \approx 11{,}35$ dollar

29.

a. Sven rijdt: $30{,}62 + 30{,}77 + 30{,}92 + \ldots + u_{24}$ Som van een rr met $b = 30{,}62$ en $v = 0{,}15$ $\Rightarrow$
$u_n = 30{,}62 + 0{,}15n$ $\Rightarrow$ $u_{24} = 34{,}22$ $\Rightarrow$ de totale eindtijd wordt:
$S_{24} = 0{,}5 . (24 + 1) . (30{,}62 + 34{,}22) = 810{,}5$ seconden = 13 min en 30,5 sec.

b. Carl: $b = 35{,}76$ en $v = -0{,}22$ $\Rightarrow$ $u_n = 35{,}76 - 0{,}22n$ $\Rightarrow$ $u_{24} = 30{,}48$ $\Rightarrow$
$S_{24} = 0{,}5 . (24 + 1) . (35{,}76 + 30{,}48) = 828$ seconden = 13 min en 48 sec.

30.

a. rij: 4,9 ; 14,7 ; 24,5 ; … $\Rightarrow$ toename is constant namelijk 9,8 dus rr met $b = 4{,}9$ en
$v = 9{,}8$ $\Rightarrow$ $u_n = 4{,}9 + 9{,}8n$ De valafstand na 6 seconden is :
$S_5 = 0{,}5.(5 + 1).(4{,}9 + 4{,}9 + 9{,}8 . 5) = 3 . 58{,}8 = 176{,}4$ m

b. $S_n = 0{,}5 . (n + 1).(4{,}9 + 4{,}9 + 9{,}8n) = 0{,}5 . (n + 1).(9{,}8 + 9{,}8n) = (n+1)(4{,}9 + 4{,}9n) =$
$4{,}9n + 4{,}9n^2 + 4{,}9 + 4{,}9n = 4{,}9n^2 + 9{,}8n + 4{,}9$

c. h = 1960 meter $\Rightarrow$ $S_n = 1960$ $\Rightarrow$ $4{,}9n^2 + 9{,}8n + 4{,}9 = 1960$ Nu voer in :
$y_1 = 4{,}9x^2 + 9{,}8x + 4{,}9$ en $y_2 = 1960$ Met intersect vinden we: $x = 19$ (natuurlijk voldoet alleen de positieve x) $\Rightarrow$ n = 19 $\Rightarrow$ na **20** seconden valt het voorwerp op de grond.

31.

Bij I wordt er steeds met 2 vermenigvuldigd

Bij IIwordt er steeds met 0,5 vermenigvuldigd
Bij III wordt niet met een constant getal vermenigvuldigd.

Bij IV wordt er steeds met 0,25 vermenigvuldigd

rij III hoort er dus niet bij.

32. 1250 , 1500 , 1800 , 2160 , 2592 , ….

a $\frac{1500}{1250} = 1,2$; $\frac{1800}{1500} = 1,2$; $\frac{2160}{1800} = 1,2$; $\frac{2592}{2160} = 1,2$ $\Rightarrow$ Het quotiënt van 2 opeenvolgende termen is constant dus een mr. b = 1250 en r = 1,2

b. $u_n = 1250.1,2^n$

c. u_{10} = 1250 . $1,2^{10} \approx 7740$

d. 13^e term $\Rightarrow u_{12}$ = 1250 . $1,2^{12} \approx 11145$

e. Voer in n = 0 ; u_n = 1250 . $1,2^n$ en u(nMin) = 1250 uit de tabel volgt dat u_{13} = 13374 en u_{14} = 16049 $\Rightarrow$ Vanaf n = 14 is u_n > 15000

33. $u_n = 1,5.u_{n-1}$ met $u_0 = 500$

a. Dit is een mr want de volgende term wordt steeds verkregen door met 1,5 te vermenigvuldigen.

b. b = 500 en r = 1,5 $\Rightarrow u_n = 500.1,5^n$

c. Voer weer in in GR : in n = 0 ; u_n = 500 . $1,5^n$ en u(nMin) = 500 uit de tabel volgt dat u_{13} = 97310 en u_{14} = 145965 > 100000 $\Rightarrow$ vanaf n = 14

34. Bij een meetkundige rij hebben we te maken met een exponentiële groei en bij een rekenkundige rij met een lineaire groei.

35.

a. $u_n = 0,5.u_{n-1}$ met u_0 = 200 $\Rightarrow$ mr met b = 200 en r = 0,5 $\Rightarrow u_n$ = 200 . $0,5^n$

b. $u_n = \frac{u_{n-1}}{2}$ met u_0 = 36 $\Rightarrow$ mr met b = 36 en $r = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $u_n = 36 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

c. $u_n = 3,5 + u_{n-1}$ met u_0 = 50 $\Rightarrow$ rr met b = 50 en v = 3,5 $\Rightarrow u_n$ = 50 + 3,5n

d. $u_n = \frac{u_{n-1}}{0,4}$ delen door 0,4 is vermenigvuldigen met 2,5 $\Rightarrow u_n = 2,5.u_{n-1}$ met u_0 = 14
u_n = 14 . $2,5^n$

36.

op 1-1-2007 2200 euro en 5% rente.

a. recursief: $u_n = 1,05.u_{n-1}$ met $u_0 = 2200$; direct: $u_n = 2200 \ . \ 1,05^n$

b. Verdubbeling $\Rightarrow 2200 \ . \ 1,05^n = 4400$ Voer in : $y_1 = 2200.1,05^x$ en $y_2 = 4400$
Met intersect vinden we $x \approx 14,2$ $\Rightarrow$ Verdubbeling in het jaar 2021.

c. $u_n = 1,05.u_{n-1} + 150$ met $u_0 = 2200$
Voer in $n = 0$; $u_n = 1,05.u_{n-1} + 150$ en $u(n\text{Min}) = 2200$ met de tabel zien we bij $u_7 = 4316,9$ en bij $u_8 = 4682,8$ $\Rightarrow$ in het jaar 2007 + 7 = 2014 is er een verdubbeling.

37. mr: $u_n = 15 \ . \ 3^n$

$S_{10} = 15 + 45 + 135 + 405 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 885735$

$3 \ . \ S_{10} = \quad 45 + 135 + 405 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 885735 + 2657205$

Bovenste regel – onderste regel geeft : $-2.S_{10} = 15 + 0 + \ldots\ldots\ldots + 0 - 2657205$ $\Rightarrow$

$$S_{10} = \frac{15 - 2657205}{-2} = 1328595$$

38.

a. $u_n = 100.1,1^n$ $\Rightarrow b = 100$ en $r = 1,1 \Rightarrow$

$$\sum_{k=0}^{15}\left(100 \cdot 1,1^k\right) = S_{15} = \frac{b(1-r^{15+1})}{1-r} = \frac{100(1-1,1^{16})}{1-1,1} \approx 3594,97$$

b. $u_n = 200.0,98^n$ $\Rightarrow b = 200$ en $r = 0,98 \Rightarrow$ $S_{14} = \dfrac{b(1-r^{14+1})}{1-r} = \dfrac{200(1-0,98^{15})}{1-0,98} \approx 2614,31$

c. Eerste 13 termen $\Rightarrow S_{12} \Rightarrow$ $u_n = 1,45.u_{n-1}$ met $u_0 = b = 50$ dus $r = 1,1 \Rightarrow$

$$S_{12} = \frac{50(1-1,45^{13})}{1-1,45} \approx 13805,76$$

39. $u_n = 10000 \cdot 0,6^n$ $\Rightarrow$ $b = 10000$ en $r = 0,6$

a. $$\sum_{i-0}^{10} u_i = S_{10} = \frac{10000.(1-0,6^{11})}{1-0,6} = 24909,30$$

b. Som van de eerste 15 termen is S_{14} ⇒ $\sum_{i-0}^{14} u_i = S_{14} = \frac{10000.(1-0,6^{15})}{1-0,6} = 24988,25$

c. $\sum_{k=0}^{n} u_i = S_n = \frac{10000.(1-0,6^{n+1})}{1-0,6} = \frac{10000}{0,4} - \frac{10000.0,6^{n+1}}{0,4} = 25000 - 25000.0,6^{n+1} =$
$25000 - 25000.0,6.0,6^n = 25000 - 15000 .0,6^n$

d. Er moet gelden : $25000 - 15000 .0,6^n > 24999$
Voer in : $y_1 = 25000 - 15000.0,6^x$ en bekijk de tabel . Dan zien we :
$y_1(18) \approx 24998$; $y_1(19) \approx 24999,09$ etc. ⇒ Vanaf $n = 19$ geldt het gevraagde.

40. Gegeven : $u_n = 50.1,25^n$

a. Dit is een MR met $b = 50$ en $r = 1,25$ ⇒
$\sum_{k=0}^{n} u_k = S_n = \frac{u_0(1-r^{n+1})}{1-r} = \frac{50(1-1,25^{n+1})}{1-1,25} = \frac{50}{-0,25} - \frac{50.1,25^{n+1}}{-0,25} = -200 + 200.1,25^{n+1} =$
$200.1,25.1,25^n - 200 = 250.1,25^n - 200$

b. Voer in $y_1 = 250.1,25^x - 200$ Bekijk de tabel. ⇒
$y_1(26) \approx 82518$ en $y_1(27) \approx 103198 > 100000$ ⇒ Vanaf $n = 27$ volgt het gevraagde.

41. $u_0 = 20$ verhoging 10%

a. Verhoging met 10% ⇒ keer 1,1 ⇒ mr met $b = 20$ en $r = 1,1$ ⇒ $u_n = 20 . 1,1^n$

b. We moeten oplossen: $20 . 1,1^n > 42$ Voer in : $y_1 = 20 . 1,1^x$ en $y_2 = 42$ met intersect vinden we $x \approx 7,78$ ⇒ bij n = 8 dus bij de negende duurloop legt hij voor het eerste meer dan 42 km af.

$S_8 = \frac{b(1-r^9)}{1-r} = \frac{20(1-1,1^9)}{1-1,1} \approx 272$ ⇒ Hij heeft dan in totaal ongeveer 272 km afgelegd.

42. In 1995 omzet van 11,3 miljard ; per jaar toename van 7,4% ⇒ groeifactor 1,074

We krijgen: $11,3 + 11,3 . 1,074 + 11,3 . 1,074^2 + \ldots$ + omzet in 2007
Dit is de som van een mr met $b = 11,3$ en $r = 1,074$ In 2007 dan $n = 12$ ⇒
$\sum_{k=0}^{12} u_k = \frac{11,3.(1-1,074^{13})}{1-1,074} \approx 233,6$ miljard dollar

43. Beginhoogte : 18 cm ; toename week 1 is 5,2 cm ; steeds 80 % van de toename van de vorige week

a. De toenamen worden gegeven door de formule : $u_n = 5{,}2 \,.\, 0{,}8^n$ $\Rightarrow$
In de achtste week is de toename : $5{,}2 \,.\, 0{,}8^7 \approx 1{,}0905$ $\Rightarrow$ Toename is dan ongeveer 11 mm

b. Totale toename eerste 8 weken $\Rightarrow S_7 = \dfrac{5{,}2(1-0{,}8^8)}{1-0{,}8} \approx 21{,}6$ cm = 216 mm

c. De toename in de eerste 10 weken $\Rightarrow S_9 = \dfrac{5{,}2(1-0{,}8^{10})}{1-0{,}8} \approx 23{,}2$ cm $\Rightarrow$
De totale lengte van de plant is dan dus: 18 + 23,2 = 41,2 cm

44. 28000 euro ; ieder jaar verhoging van 4 % ; 30 jaar

we krijgen: $28000 + 1{,}04 \,.\, 28000 + 1{,}04^2 \,.\, 28000 + \ldots \ldots\ldots + 1{,}04^{29} \,.\, 28000 \Rightarrow$ mr met

$b =$ 30000 en $r = 1{,}04$ $\Rightarrow \displaystyle\sum_{n=0}^{29} \frac{28000(1-1{,}04^{30})}{1-1{,}04} \approx 1570378$ $\Rightarrow$ Over 30 jaar staat dan 1570378 euro op zijn rekening.

45.

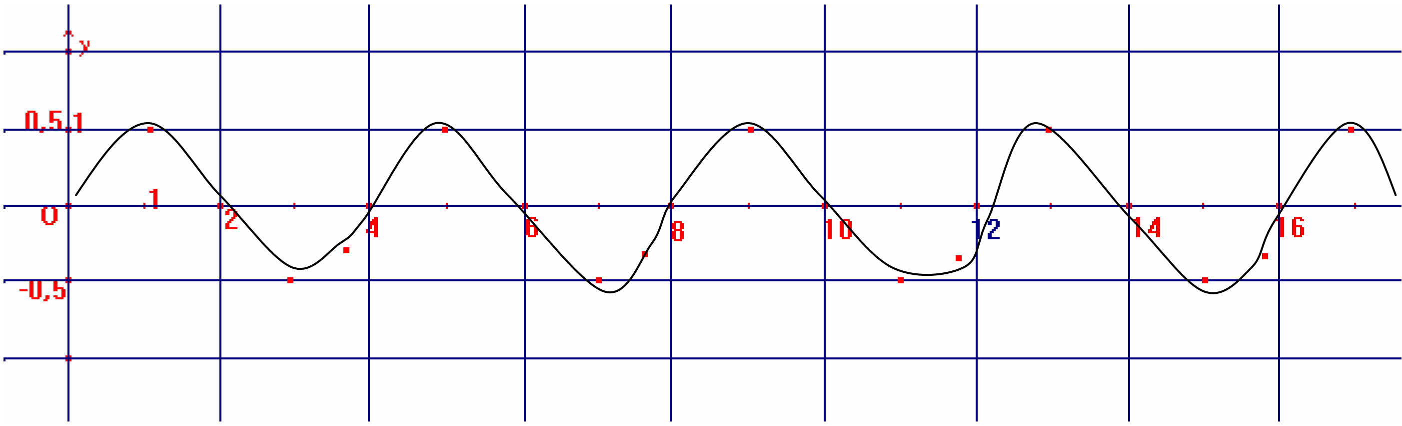
a. De periode is 5 seconden.

b. Hij ademt dan dus 12 keer per minuut in.

c. Begindruk is 0 en na 48 seconden is de druk hetzelfde als na 48 - 45 = 3 seconden.
de druk is dan ongeveer 1 mm kwikdruk. Het drukverschil is dus 1 mm kwik.
Na 4 en 26 seconden is hetzelfde als na 1 seconde. De druk is dan ongeveer -1 mm kwik.
Het drukverschil is weer 1 mm kwik.

d. 5 seconden voor 1 ademhaling. $\Rightarrow$ In 24 uur zijn er 24 . 60. 12 ademhalingen.
Dus 17280 ademhalingen $\Rightarrow$ 17280 . 0,5 liter = 8640 liter lucht.

e.



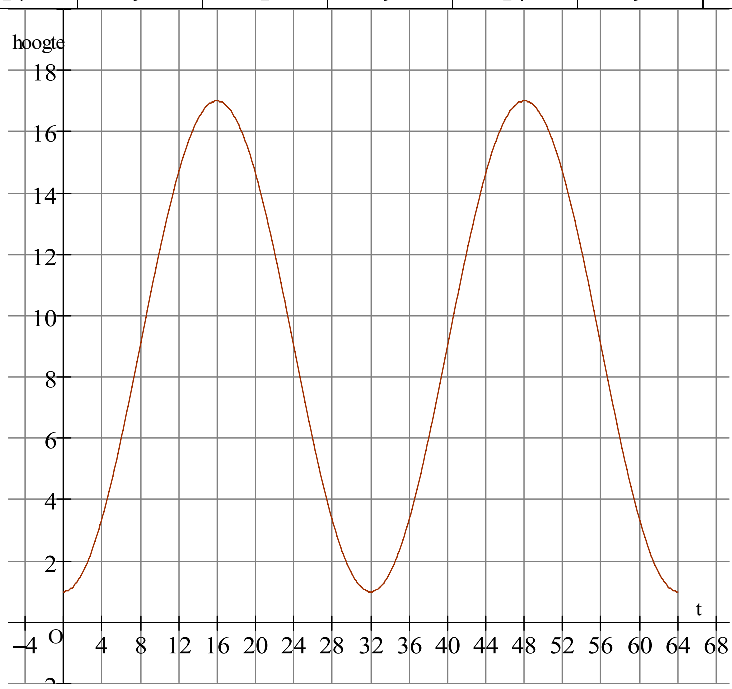
f. Per ademhaling 3 liter en twee keer zoveel ademhalingen. ⇒ De periode is dan 2,5 seconde en het aantal ademhalingen per minuut is dus 24. Dus bij een kwartier hebben we 24 . 15 = 360 ademhalingen. Het aantal liter is dan dus 360 . 3 = 1080 liter.

46.

a. Na 8 seconden is een kwartcirkel afgelegd . De hoogte is dan 1 + 8 = 9 meter.
Na 16 seconden is de hoogte 1 + 2 . 8 = 17 meter.

b. Eerst de tabel :

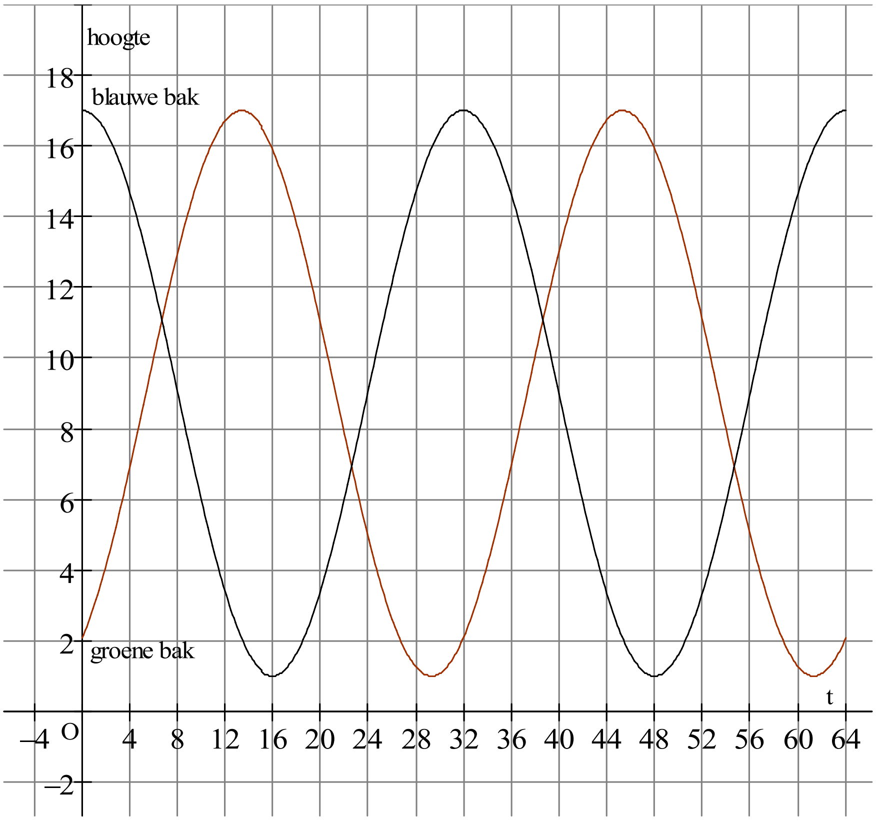
t	0	8	16	24	32	40	48	56	64
h	1	9	17	9	1	9	17	9	1



c. De periode is 32 ; de ev. stand is 9 en de amplitude is 8.

d. Het groene bakje. Dit bakje maakt een hoek van 30° met de verticale as. Daarom is de hoogte van uit het gele middelpunt gemeten 8 . 0,5.√ 3 ≈ 6,9 ⇒ De beginhoogte is dus ongeveer 2,1.

De blauwe bak begint op een hoogte van 17.Helaas in nieuwe figuur gemaakt.



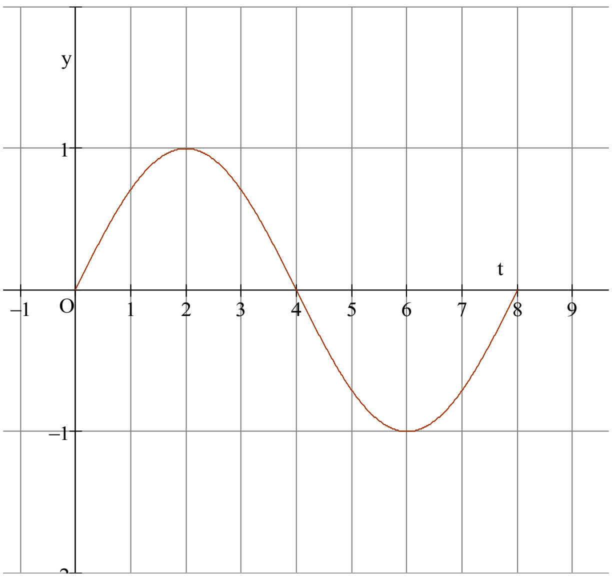
47.

a. Als t = 2 dan α = 90° Dan $y_P = 1$

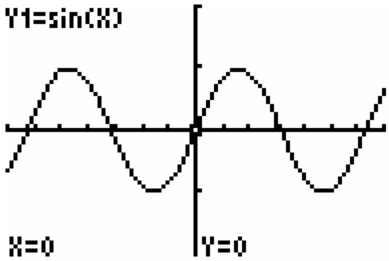
b. Bij $t = 6$ is de draaiingshoek 270° . ⇒ y_P is dan -1.

c. Zie de grafiek.

d. De periode is 8 ; de ev. stand is 0 en de amplitude is 1.



48. y = sin(t)



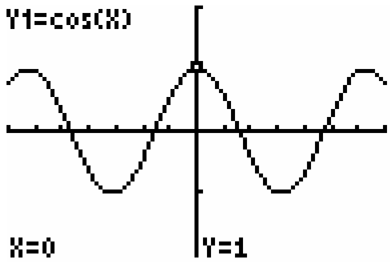
b. Zie figuur

c. De toppen zin (1,57 ; 1) ; (-1,57 ; -1)
(4,71 ; -1) en (-4,71 ; 1)
Dit is uitgerekend met de opties ma*x*imum en minimum.

d. Met de optie zero krijgen we : (-6,28 ; 0) ; (-3,14 ; 0)
(0 , 0) ; (3,14 ; 0) en (6,28 ; 0)

e. De periode is 6,28 ; de ev. stand is 0 ; en de amplitude is 1.

49. y = cos(t)



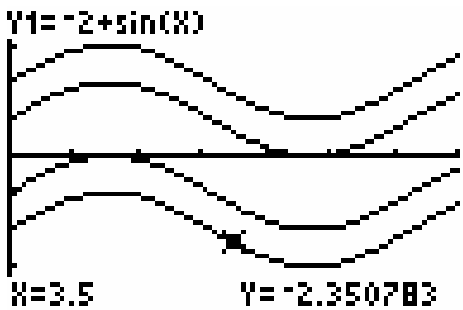
a. Window [-7 , 7] X [-2 , 2]

b. De ma*x*ima : (-6,28 ; 1) ; (0 , 1) en (6,28 ; 1)
De minima bij (-3,14 ; -1) en (3,14 ; -1)

c. Met de optie zero vinden we :
(-4,71 ; 0) ; (-1,57 ; 0) ; (1,57 ; 0) en (4,71 ; 0)

d. De periode is 6,28 ; de ev. stand is 0 en de amplitude is 1.

50.

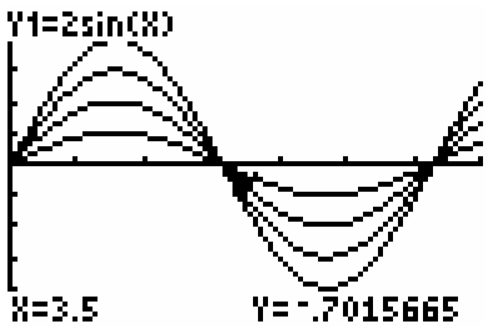


a. Zie de figuur rechts.

b. $y = \sin(x) \xrightarrow{T(0,a)} y = a + \sin(x)$
Het is een verticale translatie.

c. De periode is 2π ; ev . stand is *a* en
de amplitude is 1.

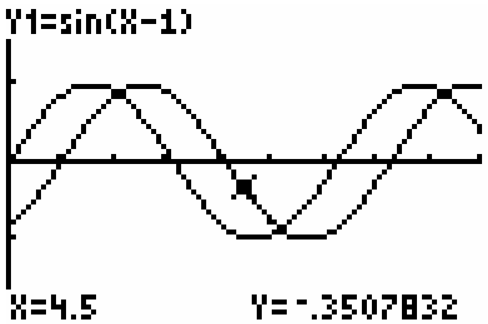
51. y = sin(x) en y = b.sin(x)



a. Zie de figuur rechts.

b. $y=\sin(x)\xrightarrow{V_{x-as,b}} y=a+\sin(x)$
Hier is sprake van een vermenigvuldiging t.o.v. de hor. as met factor *b*.

c. De periode is 2π ; ev . stand is 0 en
de amplitude is *b.*

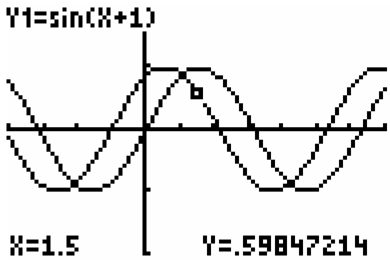


52. y = sin(x) en y = sin(x – 1)

a. Zie de figuur rechts.

$y=\sin(x)\xrightarrow{T(1,0)} y=\sin(x-1)$

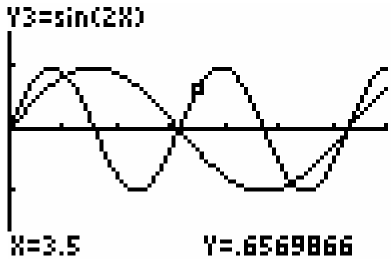
Horizontale translatie 1 naar rechts.



b. Zie weer de figuur rechts.
$y=\sin(x)\xrightarrow{T(-2,0)} y=\sin(x+2)$
Horizontale translatie 2 naar links.

c. $y=\sin(x)\xrightarrow{T(d,0)} y=\sin(x-d)$
Horizontale translatie d naar rechts.

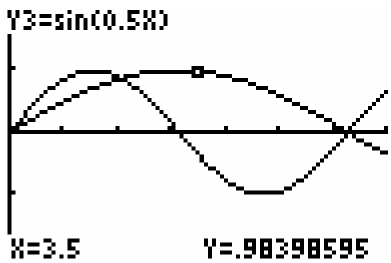
d. De periode is 2π ; de ev. stand is 0 en de amplitude is 1 .



53.

a. y = sin(x) en y = sin(2x)

b. y = sin(2x) : periode π ; ev. stand 0 en amplitude 1.



c. y = sin(x) en y = sin(0,5x)

d. y = sin(0,5x) heeft de periode 4π ; ev. stand 0 en
amplitude 1.

e. De periode van y = sin(4x) is 0,5π
De periode van y = sin(5x) is $\frac{2}{5}\pi$.
De periode van y = sin(cx) is $\frac{2\pi}{c}$

54.		periode	ev. stand	amplitude
a.	$y = 5 + \sin(x)$	2π	5	1
b.	$y = 5\sin(x)$	2π	0	5
c.	$y = \sin(5x)$	$\frac{2}{5}\pi$	0	1
d.	$y = 8\sin(3x)$	$\frac{2}{3}\pi$	0	8
e.	$y = 8 + \sin(3x)$	$\frac{2}{3}\pi$	8	1
f.	$y = 3 + 8\sin(x)$	2π	3	8
g.	$y = 3 - 6\sin(\frac{1}{4}x)$	8π	3	6
h.	$y = 5 + 2\sin(4\pi x)$	0,5	5	2
i.	$y = 7 - 2\sin(\frac{1}{3}x)$	6π	7	2

55.		periode	ev. stand	amplitude
a.	$y = 8\sin(2x)$	π	0	8
b.	$y = 8 - \sin(2x)$	π	8	1
c.	$y = -5\sin(0{,}1\pi x)$	20	0	5
d.	$y = 5 + 8\sin(\frac{1}{4}x)$	8π	5	8
e.	$y = -5 + 3\sin(\pi x)$	2	-5	3
f.	$y = 1 + 4\sin\left(\frac{2}{5}\pi x\right)$	5	1	4

56. Gegeven $y = a + b\sin(cx)$

a. ev. stand is 100 $\Rightarrow$ $a = 100$; amplitude is 8 $\Rightarrow$ $b = 8$ en de periode is 0,2π $\Rightarrow$

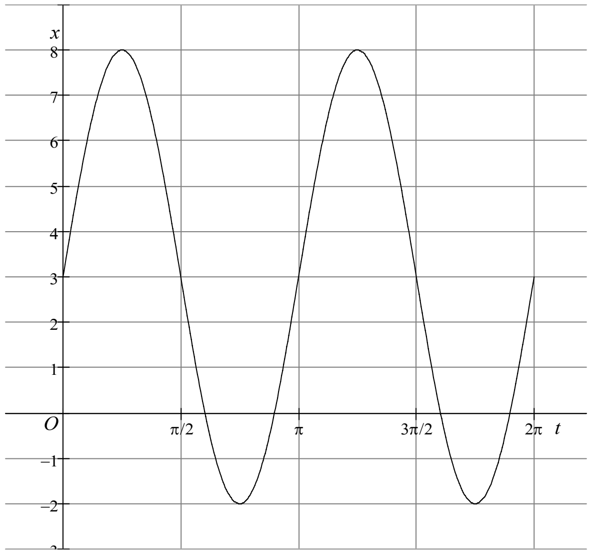
$$\frac{2\pi}{c} = 0,2\pi \Leftrightarrow c = \frac{2\pi}{0,2\pi} \Leftrightarrow c = 10$$

b. ev. stand is 850 $\Rightarrow$ $a = 850$; amplitude is 48 $\Rightarrow$ $b = 48$ en de periode is 8 $\Rightarrow$

$$\frac{2\pi}{c} = 8 \Leftrightarrow c = \frac{2\pi}{8} \Leftrightarrow c = \tfrac{1}{4}\pi$$

57a. y = 3 + 5.sin(2x) op [0 , 2π]

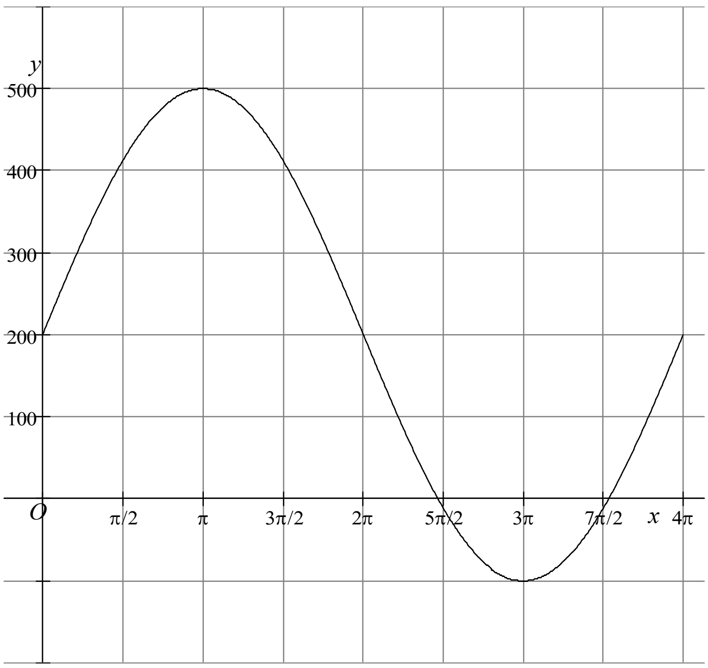
ev. stand 3 ; amplitude 5 ; periode is π



b. y = 200 + 300.sin(0,5x) op [0,4π]

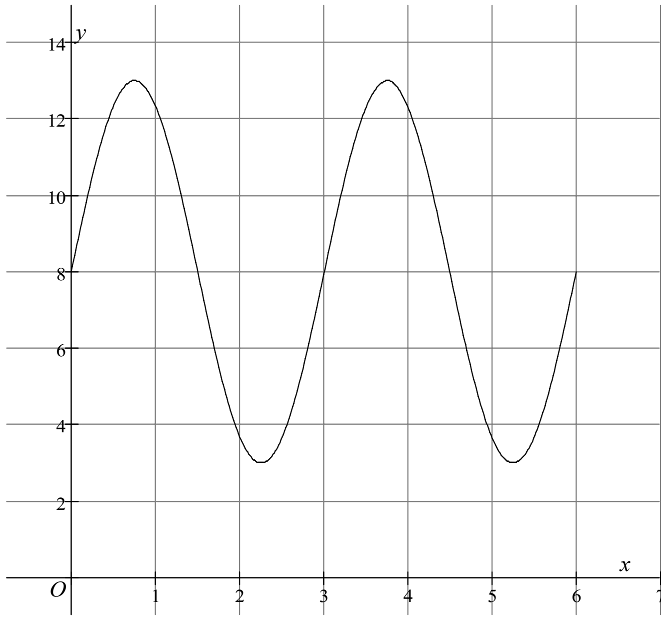
ev. stand 200 ; amplitude 300 en
de periode is 4π .

Geen hor. translatie.



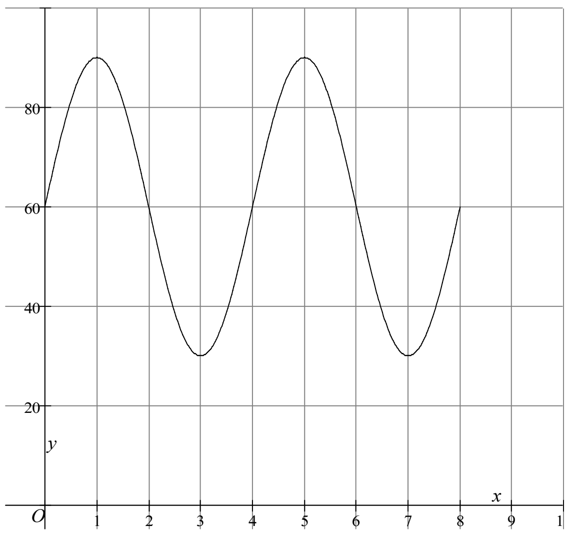
58. y = 8 + 5sin($\frac{2}{3}\pi x$) op [0 , 6]
ev. stand : 8 ; amplitude 5 en periode 3.

Geen hor. translatie.



59. Gegeven $N = 60 + 30\sin(\frac{1}{2}\pi x)$ op het interval [0 , 8].

ev. stand is 60 ; amplitude is 30 en de periode is 4.



60. Stel de formule is : $y = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{p}x\right)$

amplitude is 4 $\Rightarrow$ $b = 4$; ev. stand is 8 $\Rightarrow$ $a = 8$; de periode is 7 $\Rightarrow$ $p = 7 \Rightarrow$
$y = 8 + 4\sin\left(\frac{2\pi}{7}x\right)$

61. Stel de formule is : $y = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{p}x\right)$

a. amplitude is 4 $\Rightarrow$ $b = 4$; ev. stand is 2 $\Rightarrow$ $a = 2$ en de periode is 2 $\Rightarrow$ $p = 2 \Rightarrow$
$y = 2 + 4\sin\left(\frac{2\pi}{2}x\right) \Leftrightarrow y = 2 + 4\sin(\pi x)$

b. amplitude is 80 $\Rightarrow$ $b = 80$; ev. stand is 100 $\Rightarrow$ $a = 100$ en de periode is 100 $\Rightarrow$ $p = 100 \Rightarrow$

$$y = 100 + 80\sin\left(\frac{2\pi}{100}x\right) = 100 + 80\sin(0,02\pi x)$$

c. amplitude is 7,5 $\Rightarrow$ $b = 7{,}5$; ev. stand is 8,25 a = 8,25 en de periode is 0,5 $\Rightarrow$ $p = 0{,}5 \Rightarrow$

$$y = 8,25 + 7,5\sin\left(\frac{2\pi}{0,5}x\right) \Leftrightarrow y = 8,25 + 7,5\sin(4\pi x)$$

62. Stel de formule is $y = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{p}x\right)$

a. We lezen af : amplitude is 25-15 = 10 ; de ev. stand is 15 en de periode is 8 $\Rightarrow$

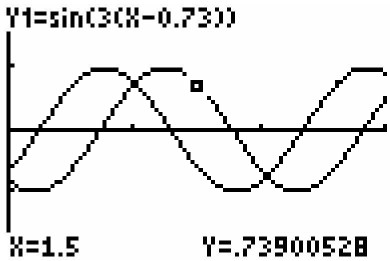
b. $b = 10$; $a = 15$ en $p = 8$ $\Rightarrow$ $y = 15 + 10.\sin(0{,}25\pi\, x)$

63. Stel de formule is $y = a + b\sin\left(\frac{2\pi}{p}x\right)$

We lezen af : ev. stand is 25 $\Rightarrow$ $a = 25$; de amplitude is 15 $\Rightarrow$ $b = 15$ en de periode is 30 $\Rightarrow$

$p = 30 \Rightarrow$ $y = 25 + 15.\sin\left(\frac{2\pi}{30}x\right)$

64.



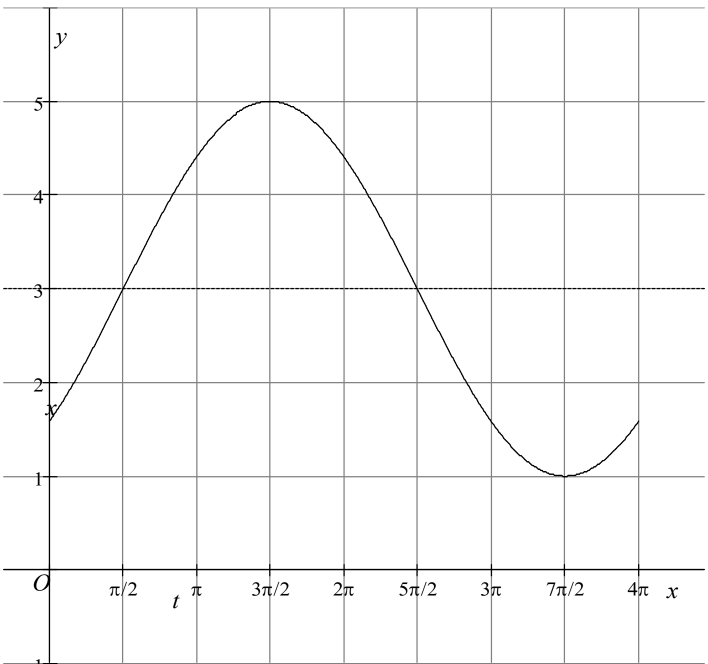
a. $y_1 = \sin(3(x-0{,}73))$ en $y_2 = \sin(3x - 0{,}73)$

b. Met de optie zero vinden we $x \approx 0{,}73 \Rightarrow$ punt (0,73 ; 0)

c. Nu vinden we $x = 0{,}24 \Rightarrow$ punt (0,24 ; 0)

d. Met y_1 kunnen we meteen het snijpunt aflezen.

65.

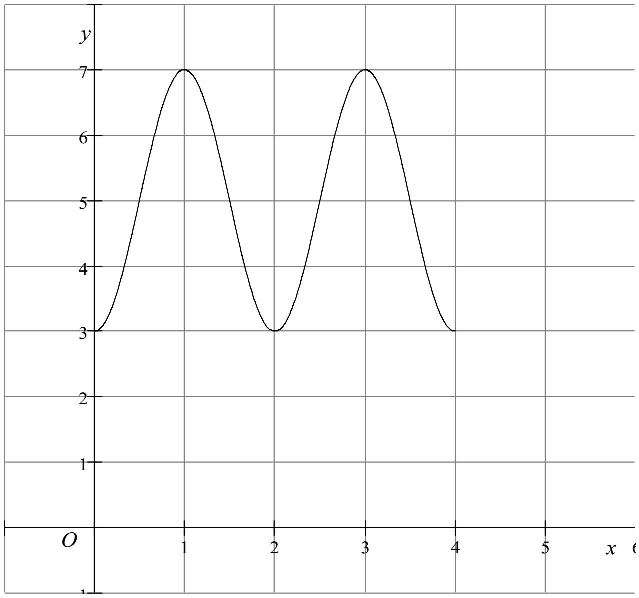


a. Gegeven $y = 3 + 2\sin\left(\frac{1}{2}(x - \tfrac{1}{2}\pi)\right)$

ev. stand is 3 ; amplitude is 2
Er is een translatie T(0,5π ,3)

$c = 0{,}5 \Rightarrow$ De periode is $2.2\pi = 4\pi$
Er is geen spiegeling.

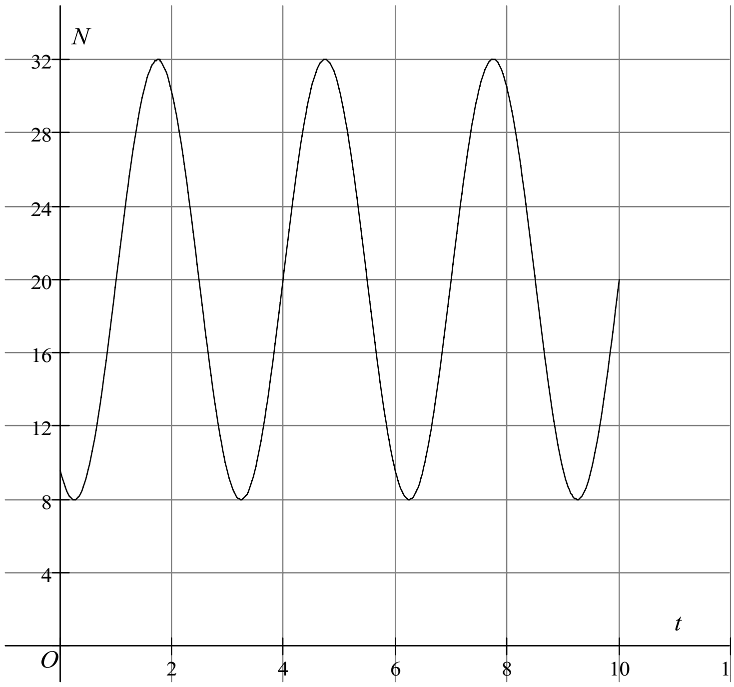
b. Gegeven $y = 5 + 2\sin(\pi(x - 0{,}5))$



ev. stand is 5 ; amplitude is 2.
Er is een translatie T(0,5 ; 5)
$c = \pi \Rightarrow$
De periode is $\dfrac{2\pi}{\pi} = 2$
Geen spiegeling.

66.

a. Gegeven $N = 20 + 12\sin(\frac{2}{3}\pi(t - 4))$



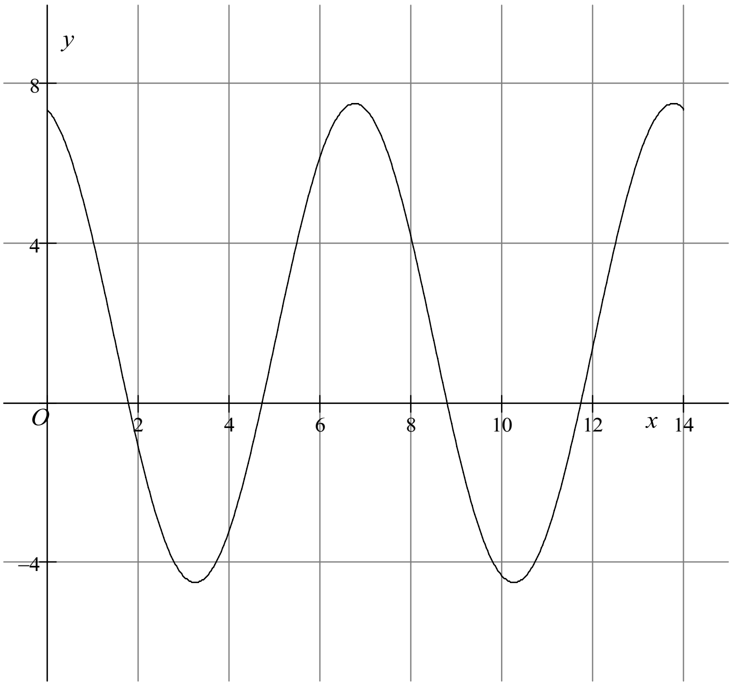
Op het interval [0 , 10]

ev. stand is 20 ; de amplitude is 12;

translatie T(4 , 20)
en de periode is $\dfrac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$

b. Gegeven $A = 1,5 + 6\sin\left(\frac{2}{7}\pi(x+2)\right)$
op het interval [0 , 14]

ev. stand is 1,6 ; de amplitude is 6
de translatie is T(-2 , 1,5)
en de periode is $\dfrac{2\pi}{\frac{2}{7}\pi} = 7$



67. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$
ev. stand is 12 $\Rightarrow$ a = 12 ; de amplitude is 4 $\Rightarrow$ b = 4 ;
de periode is 6 $\Rightarrow$ $\dfrac{2\pi}{c} = 6 \Rightarrow c = \frac{1}{3}\pi$ en beginpunt is (1,12) $\Rightarrow$ T(1,12) $\Rightarrow$ d = 1 $\Rightarrow$
De gevraagde formule is : $y = 12 + 4\sin\left(\frac{1}{3}\pi(x-1)\right)$

68.

a. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$
Aflezen $\Rightarrow$ min is -30 en max. is 70 $\Rightarrow$ ev. stand is 0,5(-30 + 70) = 20 $\Rightarrow$ a = 20
De amplitude is 70 – 20 = 50 $\Rightarrow$ b = 50 ; T(30 , 20) $\Rightarrow$ d = 30 en
de periode is 7 $\Rightarrow$ $\dfrac{2\pi}{c} = 7 \Rightarrow c = \frac{2}{7}\pi$ $\Rightarrow$ De formule is : $y = 20 + 50\sin\left(\frac{1}{25}\pi(x-30)\right)$

b. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$
Aflezen $\Rightarrow$ min is -220 en max. is 100 $\Rightarrow$ ev. stand is 0,5(-220 + 100) = -60 $\Rightarrow$ a = -60
De amplitude is 100 – (-60) = 160 $\Rightarrow$ b = 160 ; T(4 , -60) $\Rightarrow$ d = 4 en
de periode is 50 $\Rightarrow$ $\dfrac{2\pi}{c} = 50 \Rightarrow c = \frac{1}{25}\pi$ $\Rightarrow$ De formule is : $y = -60 + 160\sin\left(\frac{2}{7}\pi(x-4)\right)$

c. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$
Aflezen $\Rightarrow$ min is 0,1 en max. is 0,2 $\Rightarrow$ ev. stand is 0,5(0,1 + 0,2) = 0,15 $\Rightarrow$ a = 0,15
De amplitude is 0,2 – 0,15 = 0,05 $\Rightarrow$ b = 0,05 ; T(0,075 ; 0,15) $\Rightarrow$ d = 0,075 en
de periode is 0,10 $\Rightarrow$ $\dfrac{2\pi}{c} = 0,10 \Rightarrow c = 20\pi$ $\Rightarrow$
De formule is : $y = 0,15 + 0,05\sin\left(20\pi(x-0,075)\right)$

69.

a. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$ Hoogste punten (3,12) en (18,12) $\Rightarrow$ de periode is 15 $\Rightarrow$
$\frac{2\pi}{c} = 15 \Rightarrow c = \frac{2}{15}\pi$; afstand 4 tot ev. stand $\Rightarrow$ de amplitude is 4 $\Rightarrow$ $b = 4$ en $a = 8$.
Het beginpunt is een kwart periode links van het punt (3,12) en ligt op de ev. stand. $\Rightarrow$
Het beginpunt is (3 – 0,25 . 15 , 8) = (-0,75 , 8) $\Rightarrow$ T(-0,75 , 8) $\Rightarrow$ d = -0,75 $\Rightarrow$
De gevraagde formule is : $y = 8 + 4\sin(\frac{2}{15}\pi(x+0,75))$

b. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$ Ev. stand is 650 en de top is (16 , 812) $\Rightarrow$ de amplitude is
812 – 650 = 162 $\Rightarrow$ b = 162 en a = 650 ; De periode is 48 $\Rightarrow$ $\frac{2\pi}{c} = 48 \Rightarrow c = \frac{1}{24}\pi$
Het beginpunt is (16 – 0,25.48 , 650) = (4 , 650) $\Rightarrow$ T(4 , 650) $\Rightarrow$ $d = 4 \Rightarrow$
De gevraagde formule is : $y = 650 + 162\sin(\frac{1}{24}\pi(x-4))$

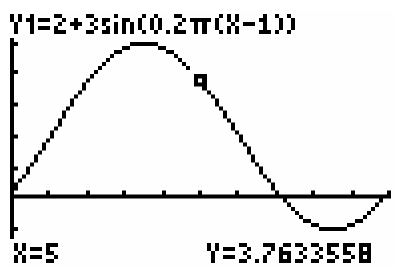
c. Stel $y = a + b\sin(c(x-d))$ Uit het gegeven volgt dat de periode is 2 . (26 – 2) = 48 $\Rightarrow$
$\frac{2\pi}{c} = 48 \Rightarrow c = \frac{1}{24}\pi$. Ook volgt uit het gegeven dat de ev. stand is 0,5(250 + 110) = 180 $\Rightarrow$
a = 180 . De amplitude is 250 – 180 = 70 $\Rightarrow$ b = 70.
Het beginpunt wordt nu : (2 – 0,25 . 48 , 180) = (-10 , 180) $\Rightarrow$ T(-10 , 180) $\Rightarrow$ d = -10 $\Rightarrow$
De formule is nu : $y = 180 + 70\sin(\frac{1}{24}\pi(x+10))$

70. Gegeven de formule y = 8 + 3.sin(0,2π (x – 2))

a. De periode is dus $\frac{2\pi}{0,2\pi} = 10$
Dat betekent dat het beginpunt (2,8) net zo goed het punt (12 , 8) kan zijn (een periode verder)
$\Rightarrow$ y = 8 + 3sin(0,2π (x – 12)) is dus ook goed.

b. Twee andere mogelijkheden zijn : y = 8 + 3sin(0,2π (x – 22) en y = 8 + 3sin(0,2π (x + 8)).

71. y = 2 + 3sin(0,2π (x – 1)) met $0 \le x \le 10$.



a. Met de optie max*imum* vinden we het hoogste punt.

Namelijk (3,50 ; 5)

b. De GR geeft : als x = 1,8 dan y = 3,45.

c. Als y = 3,6. Dan voer ook in y_2 = 3,6 en met de optie intersect
vinden we $x \approx 1,90$ en $x \approx 5,10$

72. Gegeven y = 5 + 2sin(0,4π (x – 0,8) met $0 \leq x \leq 5$.

a. Het maximum is 5 + 2 = 7. Dit maximum krijgen we een kwart periode na het startpunt. De periode is hier : $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi} = 5$ Het startpunt is (0,8 ; 5) ⇒ De x-coördinaat van het maximum is dus : 0,8 + 0,25 . 5 = 2,05 .

b. Het minimum is bij 5 – 2 = 3 De x-coördinaat is driekwart periode na het startpunt ⇒ de x-coördinaat is dus (0,8 + 0,75 . 5) = 4,55.

c. Voer in y_1 = 5 + 2sin(0,4π (x – 0,8) en bij de optie trace voeren we x = 4,62 in dan krijgen we y ≈ 3,01.

d. Voer ook in y_2 = 6 Met intersect vinden we : $x \approx 1,22$; $x \approx 2,88$.
Snijpunt met de y-as ⇒ x = 0 invoeren bij trace dan y ≈ 3,31.

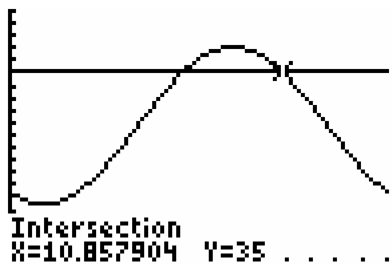
73. Gegeven $N = 30{,}8 + 6{,}3\sin(\frac{2}{15}\pi\,(t - 5{,}1))$ met t in uren en $0 \leq t \leq 15$.

a. Voer in $y_1 = 30{,}8 + 6{,}3\sin(\frac{2}{15}\pi\,(x - 5{,}1))$ en neem b.v. het window [0 , 15] X [20 , 40]
Met de optie maximum vinden we bij $x = t$ = 8,85 een maximum van 37,1 .

b. Met de optie minimum vinden we bij x = t = 1,35 een minimum van 24,5 .

c. Optie trace dan $t = x$ = 7,2 invoeren dan y ≈ 35,65

d. Voer nu ook in y_2 = 35 Met intersect vinden we de snijpunten bij $x = t \approx 6{,}84$ en $x = t \approx 10{,}86$. De schets nu geven ⇒
⇒ Het aantal minuten dat N groter is dan 35 is dus het verschil van 10,86 en 6,84 ⇒ 4,02 uur. ⇒ ongeveer 241 minuten.



74. $L = 11{,}9 + 6{,}1\sin\left(\frac{2}{365}\pi(n - 80)\right)$ met n = 1 op 1januari en L is de daglengte in uren.

a. Langste dag ⇒ de sinus is dan 1 ⇒ De langste dag duurt 11,9 + 6,1 . 1 = 18 uur.

b. De kortste dag duur 11,9 – 6,1 = 5,8 uur . Het verschil is dus 12,2 uur en dat is 12 uur en 12 minuten.

c. 1 maart dan n = 60 ⇒ $L \approx 9{,}84$ en dat is 9 uur en 50 minuten.

d. De langste dag krijgen we na een kwart van de periode. De periode is hier 365 .
we krijgen dan : n = 80 + 0,25 . 365 ≈ 171,25 ⇒ Op 20 juni.

75. $T = 17 + 8.\sin\left(\frac{2}{365}\pi(n-110)\right)$ $n = 1$ op 1 januari.

a. De periode is $\dfrac{2\pi}{\left(\dfrac{2\pi}{365}\right)} = 365 \;\Rightarrow\;$ De periode is 365 dagen.

b. Maximum van 17 + 8 = 25° bij n = 110 + 0,25 . 365 = 201,25 Dus op 20 juli.

Het minimum is 17 – 8 = 9° en dat is op 110 + 0,75 . 365 = 383,73 en dat is op 20 januari.

c. 1 maart $\Rightarrow$ n = 60 $\Rightarrow$ T = 10,9° en op 18 mei dan n = 138 dan T = 20,7° .

d. Voer in $y_1 = T(x)$ en $y_2 = 12$.
Met intersect vinden we $x = n$ = 70,8 en n = 331,7.
Dus tussen 12 maart en 27 november.